

Stochastik / Wahrscheinlichkeitsrechnung

Ein wiederholbarer Versuch, bei dem mehrere Ergebnisse möglich sind, heißt

Zufallsexperiment.

Alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments bilden die Ergebnismenge S .

Beispiele:	Münzwurf $\rightarrow S = \{\text{Wappen}; \text{Zahl}\}$	Würfeln $\rightarrow S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
------------	---	--

Jedem Ergebnis eines Zufallsexperiments ordnet man eine Zahl zwischen 0 und 1, seine Wahrscheinlichkeit P zu. Die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses gibt an, welche relative Häufigkeit man für dieses Ergebnis bei sehr vielen Versuchswiederholungen erwarten kann.

Beispiele:	Münzwurf	$P(\text{Wappen})=0,5; P(\text{Zahl})=0,5$
	Würfeln	$P(1)=\frac{1}{6}; P(2)=\frac{1}{6}; P(3)=\frac{1}{6}; P(4)=\frac{1}{6}; P(5)=\frac{1}{6}; P(6)=\frac{1}{6}$

Die Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments bilden die Wahrscheinlichkeitsverteilung dieses Zufallsexperiments.

Wahrscheinlichkeitsverteilungen stellt man in Tabellen oder graphisch dar.

Beispiele:	Münzwurf	e	Wappen	Zahl				
		$P(e)$	0,5	0,5				
	Würfeln	e	1	2	3	4	5	6
		$P(e)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Mehrere Ergebnisse eines Zufallsexperiments kann man zu einem Ereignis E zusammenfassen. (Ein Ereignis ist eine Teilmenge der Ergebnismenge.)

Das Ereignis \bar{E} , das aus allen Ergebnissen besteht, die nicht zu E gehören, heißt Gegenereignis von E .

Beispiele:	Würfeln	$E = \{e \mid e < 3\} = \{1; 2\}, \bar{E} = \{e \mid e \geq 3\} = \{3; 4; 5; 6\}$
		$F = \{e \mid e = 6\} = \{6\}, \bar{F} = \{e \mid e \neq 6\} = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

Ein Zufallsexperiment, das mehrfach wiederholt wird, nennt man mehrstufiges Zufallsexperiment.

Wahrscheinlichkeiten für mehrstufige Zufallsexperimente kann man mit Hilfe von Baumdiagrammen bestimmen. Dabei gelten die Pfad- und die Summenregel:

Pfadregel:

Die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis erhält man, indem man die Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades multipliziert.

Summenregel:

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses $P(E)$ eines Ereignisses E erhält man, indem man die Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Ergebnisse addiert.

Insbesondere gilt:

$$P(S) = P(E) + P(\bar{E}) = 1 \Leftrightarrow P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$