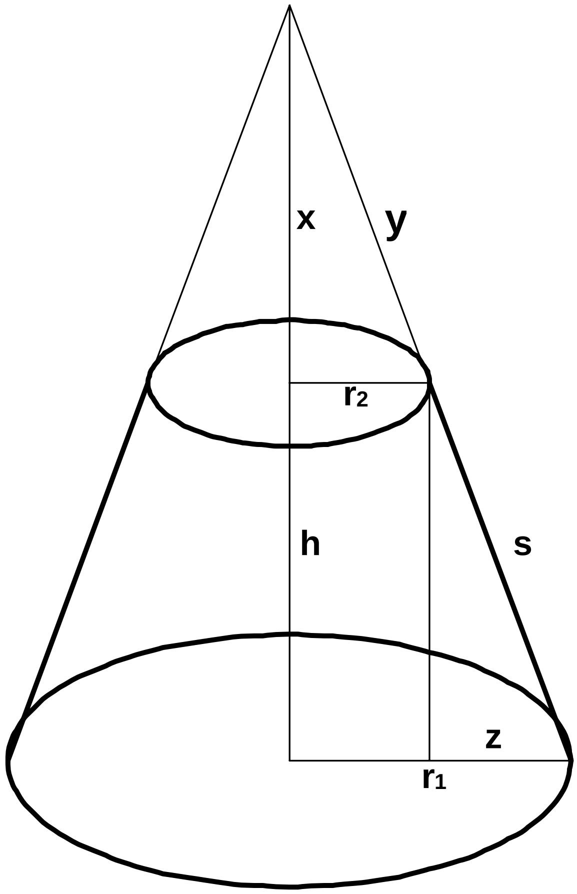
Kegelstumpf



Strahlensatz:

$$\frac{x}{r_2} = \frac{x+h}{r_1} \qquad / \cdot r_1 \cdot r_2$$
$$r_1 \cdot x = r_2 \cdot (x+h)$$
$$r_1 \cdot x = r_2 \cdot x + r_2 \cdot h \qquad / - r_2 \cdot x$$
$$r_1 \cdot x - r_2 \cdot x = r_2 \cdot h$$
$$x \cdot (r_1 - r_2) = r_2 \cdot h \qquad / : (r_1 - r_2)$$
$$x = \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2}$$

$$\frac{y}{r_2} = \frac{y+s}{r_1} \qquad / \cdot r_1 \cdot r_2$$
$$r_1 \cdot y = r_2 \cdot (y+s)$$
$$r_1 \cdot y = r_2 \cdot y + r_2 \cdot s \qquad / - r_2 \cdot s$$
$$r_1 \cdot y - r_2 \cdot y = r_2 \cdot s$$
$$y \cdot (r_1 - r_2) = r_2 \cdot s \qquad / : (r_1 - r_2)$$
$$y = \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2}$$

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot (h+x) - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot x \\
&= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot \left(h + \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2}\right) - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2} \\
&= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left[r_1^2 \cdot \left(h + \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2}\right) - r_2^2 \cdot \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2} \right] \\
&= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left[r_1^2 \cdot h + r_1^2 \cdot \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2} - r_2^2 \cdot \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2} \right] \\
&= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left[r_1^2 + (r_1^2 - r_2^2) \cdot \frac{r_2}{r_1 - r_2} \right] \\
&= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left[r_1^2 + (r_1 + r_2) \cdot (r_1 - r_2) \cdot \frac{r_2}{r_1 - r_2} \right] \\
&= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left[r_1^2 + (r_1 + r_2) \cdot r_2) \right] \\
&= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)
\end{aligned}$$

$$s = \sqrt{h^2 + z^2} = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$$

$$\begin{aligned}
M &= \pi \cdot r_1 \cdot (s+y) - \pi \cdot r_2 \cdot y \\
&= \pi \cdot r_1 \cdot (s + \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2}) - \pi \cdot r_2 \cdot \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2} \\
&= \pi \cdot r_1 \cdot s + \pi \cdot r_1 \cdot \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2} - \pi \cdot r_2 \cdot \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2} \\
&= \frac{\pi \cdot r_1 \cdot (r_1 - r_2) \cdot s}{r_1 - r_2} + \frac{\pi \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot s}{r_1 - r_2} - \frac{\pi \cdot r_2^2 \cdot s}{r_1 - r_2} \\
&= \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot s - \pi \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot s + \pi \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot s - \pi \cdot r_2^2 \cdot s}{r_1 - r_2} \\
&= \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot s - \pi \cdot r_2^2 \cdot s}{r_1 - r_2} = \pi \cdot s \cdot \frac{r_1^2 - r_2^2}{r_1 - r_2} \\
&= \pi \cdot s \cdot \frac{(r_1 + r_2) \cdot (r_1 - r_2)}{r_1 - r_2} \\
&= \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
O &= G + D + M = \pi \cdot r_1^2 + \pi \cdot r_2^2 + \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2) \\
&= \pi \cdot [r_1^2 + r_2^2 + s \cdot (r_1 + r_2)]
\end{aligned}$$