

Kegelstumpf

<p>The diagram shows a truncated cone with a top circular face of radius r_2 and a bottom circular face of radius r_1. The vertical height is h. A vertical line segment x is drawn from the top vertex to the top face, and a vertical line segment y is drawn from the top vertex to the bottom face. A right-angled triangle is formed by h, $r_1 - r_2$, and the slant height s. A horizontal line segment z is drawn from the vertical axis to the edge of the bottom face.</p>	<p>Strahlensatz:</p> $\frac{x}{r_2} = \frac{x+h}{r_1} \quad / \cdot r_1 \cdot r_2$ $r_1 \cdot x = r_2 \cdot (x+h)$ $r_1 \cdot x = r_2 \cdot x + r_2 \cdot h \quad / - r_2 \cdot x$ $r_1 \cdot x - r_2 \cdot x = r_2 \cdot h$ $x \cdot (r_1 - r_2) = r_2 \cdot h \quad / : (r_1 - r_2)$ $x = \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2}$
	$\frac{y}{r_2} = \frac{y+s}{r_1} \quad / \cdot r_1 \cdot r_2$ $r_1 \cdot y = r_2 \cdot (y+s)$ $r_1 \cdot y = r_2 \cdot y + r_2 \cdot s \quad / - r_2 \cdot s$ $r_1 \cdot y - r_2 \cdot y = r_2 \cdot s$ $y \cdot (r_1 - r_2) = r_2 \cdot s \quad / : (r_1 - r_2)$ $y = \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2}$
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot (h+x) - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot x$ $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot \left(h + \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2} \right) - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2}$ $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left[r_1^2 \cdot \left(h + \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2} \right) - r_2^2 \cdot \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2} \right]$ $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left[r_1^2 \cdot h + r_1^2 \cdot \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2} - r_2^2 \cdot \frac{r_2 \cdot h}{r_1 - r_2} \right]$ $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left[r_1^2 + (r_1^2 - r_2^2) \cdot \frac{r_2}{r_1 - r_2} \right]$ $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left[r_1^2 + (r_1 + r_2) \cdot (r_1 - r_2) \cdot \frac{r_2}{r_1 - r_2} \right]$ $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left[r_1^2 + (r_1 + r_2) \cdot r_2 \right]$ $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$	$s = \sqrt{h^2 + z^2} = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$
	$M = \pi \cdot r_1 \cdot (s+y) - \pi \cdot r_2 \cdot y$ $= \pi \cdot r_1 \cdot \left(s + \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2} \right) - \pi \cdot r_2 \cdot \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2}$ $= \pi \cdot r_1 \cdot s + \pi \cdot r_1 \cdot \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2} - \pi \cdot r_2 \cdot \frac{r_2 \cdot s}{r_1 - r_2}$ $= \frac{\pi \cdot r_1 \cdot (r_1 - r_2) \cdot s}{r_1 - r_2} + \frac{\pi \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot s}{r_1 - r_2} - \frac{\pi \cdot r_2^2 \cdot s}{r_1 - r_2}$ $= \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot s - \pi \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot s + \pi \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot s - \pi \cdot r_2^2 \cdot s}{r_1 - r_2}$ $= \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot s - \pi \cdot r_2^2 \cdot s}{r_1 - r_2} = \pi \cdot s \cdot \frac{r_1^2 - r_2^2}{r_1 - r_2}$ $= \pi \cdot s \cdot \frac{(r_1 + r_2) \cdot (r_1 - r_2)}{r_1 - r_2}$ $= \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$
	$O = G + D + M = \pi \cdot r_1^2 + \pi \cdot r_2^2 + \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$ $= \pi \cdot [r_1^2 + r_2^2 + s \cdot (r_1 + r_2)]$