

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Ein Körper wird gleichmäßig

- mit der Beschleunigung a
- in der Zeit t
- über die Strecke s
- von der Geschwindigkeit v_0
- auf die Geschwindigkeit v_1 beschleunigt (abgebremst).

Dann gilt:

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at$$

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

Wenn von den fünf Größen a , t , s , v_0 und v_1 drei bekannt sind, können die beiden anderen berechnet werden.

Es gibt zehn Fälle, die im Folgenden abgehandelt werden:

	a	t	s	v_0	v_1
1)	X	X		X	
2)	X	X			X
3)	X	X	X		
4)	X			X	X
5)		X		X	X
6)			X	X	X
7)		X	X	X	
8)		X	X		X
9)	X		X	X	
10)	X		X		X

1) Gegeben: a , t , v_0

Gesucht: s , v_1

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at$$

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

2) Gegeben: a , t , v_1

Gesucht: s , v_0

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at \Leftrightarrow v_0 = v_1 - at$$

$$v_0 = v_1 - at$$

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 = (v_1 - at)t + \frac{a}{2} t^2 = v_1 t - \frac{a}{2} t^2$$

$$s = v_1 t - \frac{a}{2} t^2$$

3) Gegeben: a , t , s

Gesucht: v_0 , v_1

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \Leftrightarrow v_0 = \frac{s}{t} - \frac{a}{2} t$$

$$v_0 = \frac{s}{t} - \frac{a}{2} t$$

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at = \frac{s}{t} - \frac{a}{2} t + at = \frac{s}{t} + \frac{a}{2} t$$

$$v_1 = \frac{s}{t} + \frac{a}{2} t$$

4) Gegeben: a , v_0 , v_1

Gesucht: t , s

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at \Leftrightarrow t = \frac{v_1 - v_0}{a}$$

$$t = \frac{v_1 - v_0}{a}$$

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 = v_0 \frac{v_1 - v_0}{a} + \frac{a}{2} \frac{(v_1 - v_0)^2}{a^2} = \frac{2v_0(v_1 - v_0) + (v_1 - v_0)^2}{2a}$$

$$= \frac{(v_1 - v_0)(2v_0 + v_1 - v_0)}{2a} = \frac{(v_1 - v_0)(v_1 + v_0)}{2a} = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a}$$

$$s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a}$$

5) Gegeben: t , v_0 , v_1

Gesucht: a , s

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at \Leftrightarrow a = \frac{v_1 - v_0}{t}$$

$$a = \frac{v_1 - v_0}{t}$$

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 = v_0 t + \frac{v_1 - v_0}{2t} t^2 = v_0 t + \frac{v_1 - v_0}{2} t$$

$$= \frac{2v_0 + v_1 - v_0}{2} t = \frac{v_0 + v_1}{2} t$$

$$s = \frac{v_0 + v_1}{2} t$$

6) Gegeben: s, v_0, v_1

Gesucht: a, t

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at \Leftrightarrow a = \frac{v_1 - v_0}{t} \quad (1a) \quad \underline{\underline{a = \frac{v_1 - v_0}{t}}}$$

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 = v_0 t + \frac{v_1 - v_0}{2t} t^2 = v_0 t + \frac{v_1 - v_0}{2} t$$

$$= \frac{2v_0 + v_1 - v_0}{2} t = \frac{v_0 + v_1}{2} t \Leftrightarrow t = \frac{2s}{v_0 + v_1}$$

$$t = \frac{2s}{v_0 + v_1}$$

$$(1a) \quad a = \frac{v_1 - v_0}{t} = \frac{v_1 - v_0}{\frac{2s}{v_0 + v_1}} = \frac{(v_1 - v_0)(v_0 + v_1)}{2s} = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2s}$$

$$a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2s}$$

7) Gegeben: $t, s, v_0,$

Gesucht: a, v_1

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \Leftrightarrow a = \frac{2(s - v_0 t)}{t^2}$$

$$a = \frac{2(s - v_0 t)}{t^2}$$

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at = v_0 + \frac{2(s - v_0 t)}{t^2} t$$

$$= v_0 + \frac{2s - 2v_0 t}{t} = v_0 + \frac{2s}{t} - 2v_0 = \frac{2s}{t} - v_0$$

$$v_1 = \frac{2s}{t} - v_0$$

8) Gegeben: t, s, v_1

Gesucht: a, v_0

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at \Leftrightarrow v_0 = v_1 - at \quad (1b) \quad \underline{\underline{v_0 = v_1 - at}}$$

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 = (v_1 - at)t + \frac{a}{2} t^2 = v_1 t - at^2 + \frac{a}{2} t^2 = v_1 t - \frac{a}{2} t^2$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2(v_1 t - s)}{t^2} = \frac{2v_1}{t} - \frac{2s}{t^2}$$

$$a = \frac{2(v_1 t - s)}{t^2}$$

$$(1b) \quad v_0 = v_1 - at = v_1 - \frac{2(v_1 t - s)}{t^2} t = v_1 - \frac{2v_1 t - 2s}{t} = \frac{2s}{t} - v_1$$

$$v_0 = \frac{2s}{t} - v_1$$

9) Gegeben: a, s, v_0

Gesucht: t, v_1

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \Leftrightarrow \frac{a}{2} t^2 + v_0 t - s = 0 \Leftrightarrow t^2 + \frac{2v_0}{a} t - \frac{2s}{a} = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-v_0}{a} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2s}{a}} = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2sa}}{a}$$

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2sa}}{a}$$

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at = v_0 + a \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2sa}}{a} - v_0 = \pm \sqrt{v_0^2 + 2sa}$$

$$v_1 = \pm \sqrt{v_0^2 + 2sa}$$

10) Gegeben: a, s, v_1

Gesucht: $t, v_0,$

$$(1) \quad v_1 = v_0 + at \Leftrightarrow v_0 = v_1 - at \quad (1b) \quad \underline{\underline{v_0 = v_1 - at}}$$

$$(2) \quad s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 = (v_1 - at)t + \frac{a}{2} t^2 = v_1 t - at^2 + \frac{a}{2} t^2 = v_1 t - \frac{a}{2} t^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{2} t^2 - v_1 t + s = 0 \Leftrightarrow t^2 - \frac{2v_1}{a} t + \frac{2s}{a} = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{v_1}{a} \pm \sqrt{\frac{v_1^2}{a^2} - \frac{2s}{a}} = \frac{v_1 \pm \sqrt{v_1^2 - 2sa}}{a}$$

$$t = \frac{v_1 \pm \sqrt{v_1^2 - 2sa}}{a}$$

$$(1b) \quad v_0 = v_1 - at = v_1 - a \frac{v_1 \mp \sqrt{v_1^2 - 2sa}}{a} = \mp \sqrt{v_1^2 - 2sa}$$

$$v_0 = \mp \sqrt{v_1^2 - 2sa}$$